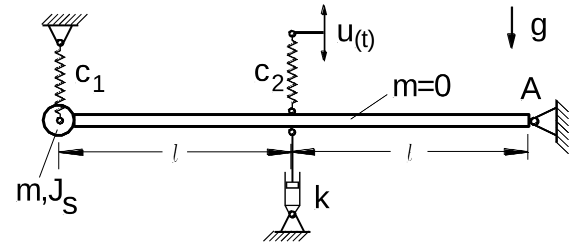
5. Erregte Schwingungen mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung

Aufgabe 5.1: Das schwingungsfähige System besteht aus einem starren masselosen Balken (Länge **2*l***), einer kleinen Kreisscheibe (Masse **m,** Massenträgheitsmoment $\mathbf{J_s}$), einem Dämpfer **k** und zwei Federn ($\mathbf{c_1}$, $\mathbf{c_2}$). Die Feder $\mathbf{c_2}$ erfährt eine harmonische Wegerregung $\mathbf{u(t) = u_0 * \sin(\omega t)}$.

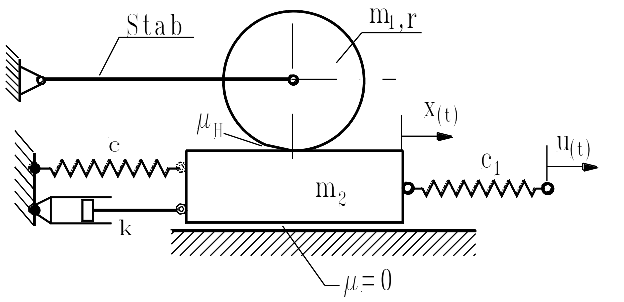


Man bestimme:

1. die Kreisfrequenz ω_0 der kleinen Schwingungen;
2. die Schwingungsamplitude $\mathbf{y_{m1}}$ der Punktmasse **m**;

Gegeben: **m** = 0,2 kg; **k** = 5 kg/s ; $\mathbf{c_1}$ = 30N/m; $\mathbf{c_2}$ = 50N/m; ***l*** = 0,05m, $\mathbf{u_0}$ = 0,015 m; $\mathbf{J_s}$ = 0,001 kgm^2; ω = 10 ^{1}/s.

Aufgabe 5.2: Das skizzierte schwingungsfähige System besteht aus einer Kreisscheibe ($\mathbf{m_1}$, **r**), einer Platte ($\mathbf{m_2}$), einem Dämpfer (**k**) und zwei Federn (**c**, $\mathbf{c_1}$). Der Stab ist masselos. Die Scheibe soll auf der Platte rollen (Haftreibungskoeffizient μ_H). Die Bewegung zwischen Platte und Unterlage ist reibungsfrei (μ = 0). Der Endpunkt der Feder $\mathbf{c_1}$ wird durch die periodische Bewegung $\mathbf{u(t) = u_0 * \sin(\omega t)}$ erregt.



Gegeben: $\mathbf{m_1}$ = 10 kg; $\mathbf{m_2}$ = 5 kg; **k** = 10 kg/s
c = 150 N/m; $\mathbf{c_1}$ = 100 N/m;
$\mathbf{u_0}$ = 10 mm; ω = 4 s^{-1}; **r** = 0,1 m.

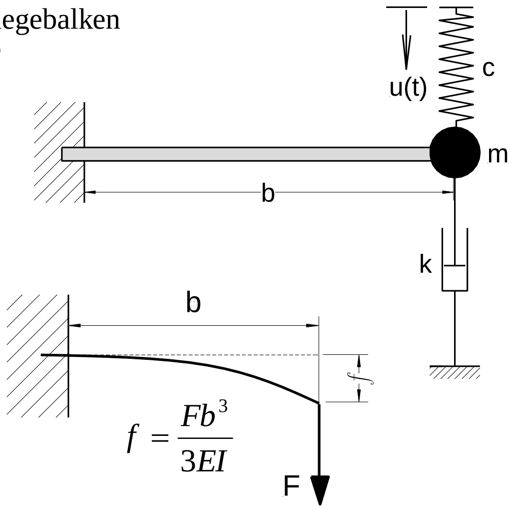
Man bestimme:

1. die Bewegungsgleichung des Systems (Dgl);
2. die Kreisfrequenz ω_0 der kleinen Schwingungen;
3. die Amplitude $\mathbf{x_m}$ im eingeschwungenen Zustand.

Aufgabe 5.3: Das nebenstehend gezeichnete System besteht aus einem Biegebalken (Elastizitätsmodul **E** und Flächenträgheitsmoment ***I***) mit vernachlässigbar kleiner Masse. An dem Ende des Balkens ist eine punktförmige Masse **m** befestigt. Die Punktmasse ist über einen Dämpfer (Dämpfungskonstante **k**) mit dem Boden verbunden. Das freie Ende der an der Punktmasse befestigten Feder (Federkonstante **c**) wird geführt nach dem Gesetz:

$$u(t) = u_0 \sin(\omega t)$$

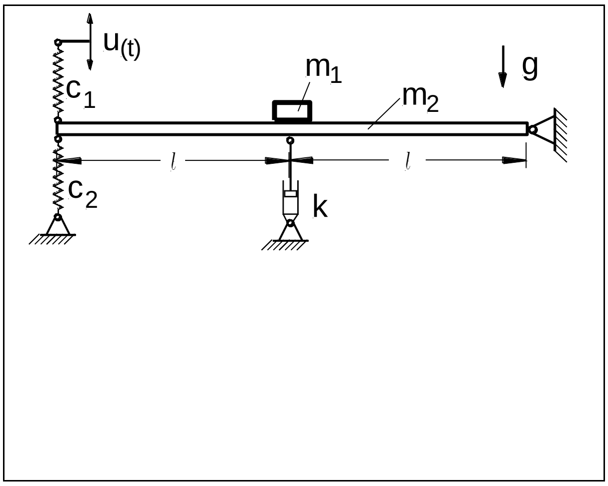
Bestimmen Sie die Eigenfrequenz ω_d des gedämpften Systems und die Schwingungsamplitude $\mathbf{y_m}$ der Punktmasse.



$$f = \frac{Fb^3}{3EI}$$

Gegeben:
E = 2,1·10^5 N/mm^2; **I** = 50 mm^4; **b** = 0,5 m; **m** = 5 kg; **c** = 248 N/m;
k = 18 kg/s; $\mathbf{u_0}$ = 0,1 m; ω = 9 Hz.

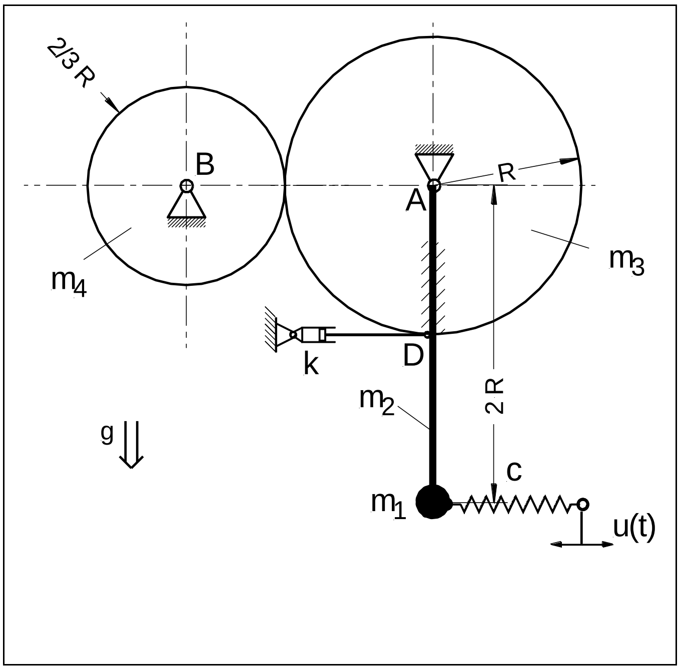
Aufgabe 5.4: Das schwingungsfähige System besteht aus einem starren Balken (Länge $2l$; Masse m_2), einer Punktmasse m_1, einem Dämpfer **k** und zwei Federn (c_1, c_2). Die Feder c_1 erfährt eine harmonische Wegerregung $u(t) = u_0 * \sin(\omega t)$.



1. Man bestimme die Schwingungsamplitude y_1 der Masse m_1;
2. Wie groß darf die Amplitude u_0 der Wegerregung maximal sein, damit die Punktmasse m_1 sich <u>nicht</u> vom Balken löst?

<u>Gegeben:</u> $m_1 = 2$ kg; $m_2 = 1{,}5$ kg; $k = 12$ kg/s; $c_1 = 40$N/m; $c_2 = 60$N/m; $l = 0{,}4$m; $u_0 = 0{,}1$ m; $\omega = 11\ ^1/s$.

Aufgabe 5.5: Das nebenstehend gezeichnete schwingungsfähige System besteht aus zwei Kreisscheiben (Masse m_3 und m_4). Die Scheibe mit Masse m_3 treibt die Scheibe mit Masse m_4 durch Reibung an. Die Reibung ist so groß, dass kein Rutschen entsteht. An der Scheibe mit Masse m_3 ist ein Stab (Masse m_2) der Länge **2R** angeschweißt, an dessen Ende sich die Punktmasse m_1 befindet. Am Stab sind ein Dämpfer (Dämpfungskonstante **k**) und zwei Federn (c_1, c_2) angeschlossen. Die Feder erfährt eine harmonische Wegerregung $u(t) = u_0 * \sin(\omega t)$.



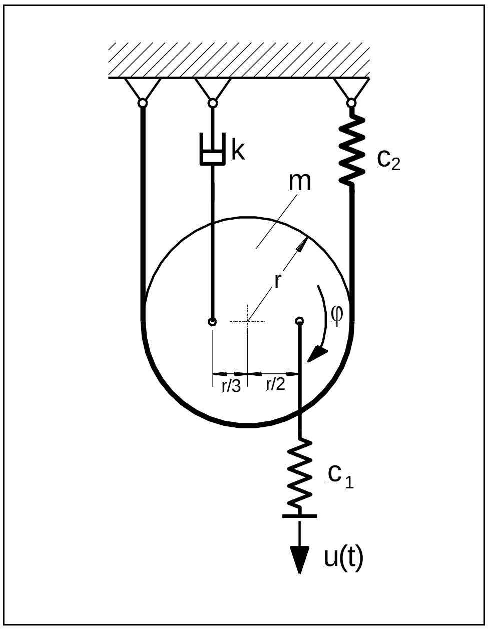
Man bestimme:
1. die Kreisfrequenz ω_0 der kleinen Schwingungen;
2. die Schwingungsamplitude φ_m der großen Kreisscheibe.

<u>Gegeben:</u> $m_1 = 1{,}5$ kg; $m_2 = 6$ kg; $m_3 = 12$ kg; $m_4 = 9$ kg; $k = 25$ kg/s; $c = 50$ N/m; $R = 0{,}5$ m, $u_0 = 0{,}1$ m; $\omega = 3\ ^1/s$.

Aufgabe 5.6: Das nebenstehend gezeichnete System besteht aus einer Kreisscheibe mit der Masse **m**, um die ein Seil gelegt ist. Zwischen Seil und Scheibe soll kein Schlupf (kein Rutschen) auftreten. Das eine Ende des Seils ist an der Decke befestigt, das andere Ende an der Feder c_2. An der Scheibe ist ein viskoser Dämpfer (Dämpferkonstante **k**) sowie eine zweite Feder c_2 befestigt. Das untere Ende der zweiten Feder erfährt eine harmonische Wegerregung

$$u(t) = u_0 * \sin(\omega t).$$

.



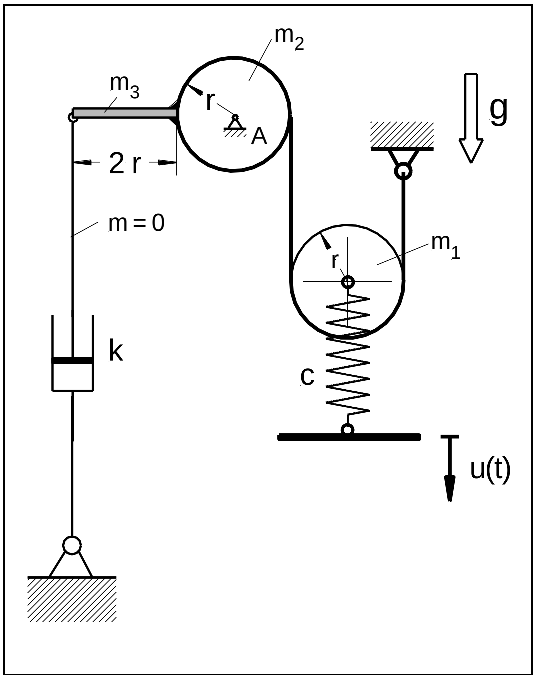
Wie groß ist
a) die Eigenkreisfrequenz ω_d des gedämpften Systems,
b) der Dämpfungsgrad ϑ
c) die Schwingungsamplitude φ_m der Kreisscheibe?

<u>Gegeben:</u> m=40kg; $c_1 = c_2$=240N/m; $k=810 \frac{N}{m/s}$; r=2m, u_0=0,1m; $\omega = 6\ ^1/s$.

Aufgabe 5.7: Das nebenstehend dargestellte schwingungsfähige System besteht aus einer drehbar gelagerten Scheibe (Masse $\mathbf{m_2}$), an die ein starrer Balken (Masse $\mathbf{m_3}$) angeschweißt ist, einer zweiten Scheibe (Masse $\mathbf{m_1}$), die über ein Seil mit $\mathbf{m_2}$ verbunden ist, einem Dämpfer **k** und einer Feder **c**, deren Fußpunkt die Weganregung $u(t) = u_0 \ sin(\omega t)$ erfährt.

Man bestimme für kleine Ausschläge des Systems:

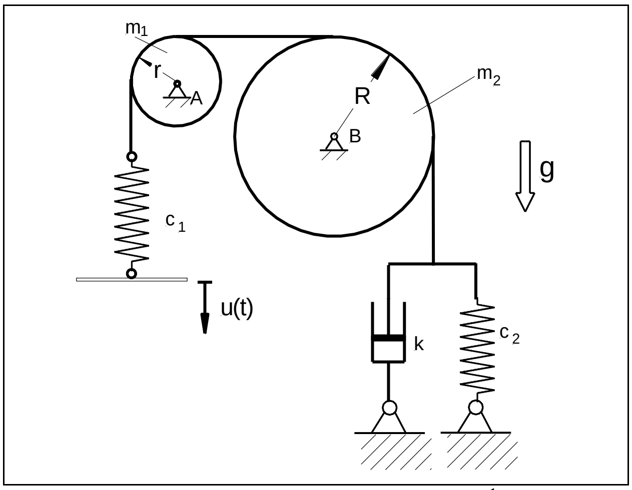
1. die Verlängerung $\mathbf{y_{st}}$ der Feder in der statischen Ruhelage;
2. die Eigenkreisfrequenz $\boldsymbol{\omega_d}$ sowie den Dämpfungsgrad $\boldsymbol{\vartheta}$;
3. die Schwingungsamplitude $\mathbf{y_{m1}}$ des Schwerpunktes der Masse $\mathbf{m_1}$.



Gegeben: $\mathbf{m_1}$ = 8 kg; $\mathbf{m_2}$ = 18 kg; $\mathbf{m_3}$ = 3 kg; **k** = 3 kg/s ; **c** = 900N/m; **r** = 0,2m, $\mathbf{u_0}$ = 0,01 m; $\boldsymbol{\omega}$ = 3 $^1/s$.

Aufgabe 5.8: Das nebenstehend dargestellte schwingungsfähige System besteht aus zwei drehbar gelagerten Scheiben (Masse $\mathbf{m_1}$, $\mathbf{m_2}$), einem Dämpfer **k** und den Federn $\mathbf{c_1}$ und $\mathbf{c_2}$, deren Fußpunkt die Weganregung **u(t) =** $\mathbf{u_0}$***sin(ωt)** erfährt. Zwischen dem Seil und den Scheiben soll kein Rutschen auftreten. Das Seil soll so vorgespannt sein, dass es immer auf Zug beansprucht ist.

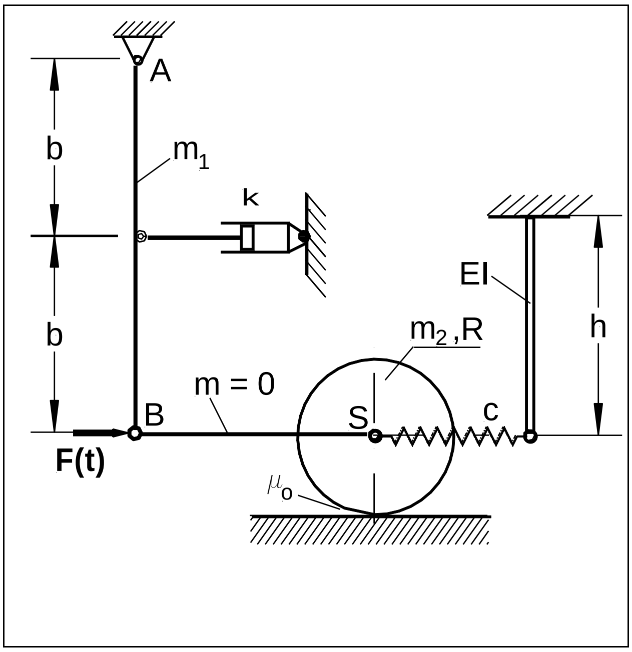
1. Man bestimme die Eigenfrequenz $\boldsymbol{\omega_d}$ des Systems sowie den Dämpfungsgrad $\boldsymbol{\vartheta}$
2. Man bestimme die Schwingungsamplitude $\boldsymbol{\varphi_{1m}}$ der Scheibe $\mathbf{m_1}$



Gegeben: $\mathbf{m_1}$=4 kg; $\mathbf{m_2}$ =16 kg; **k**=40 kg/s; $\mathbf{c_1}$=700N/m; $\mathbf{c_2}$=300N/m, **r**=0,2m, **R**=0,4m, $\mathbf{u_0}$=0,01 m; **ω=**3 $^1/s$.

Aufgabe 5.9: Das skizzierte schwingungsfähige System besteht aus einem starren Balken **AB** (Masse $\mathbf{m_1}$, Länge **2b),** einem masselosen Stab **BS,** einer Kreisscheibe ($\mathbf{m_2}$, **R**), einem Dämpfer (Dämpfungskonstante **k**) und einer Feder (Federkonstante **c**), die an einem biegeweichen Balken (Biegesteifigkeit **EI**) befestigt ist. Die dargestellte Lage des Systems ist seine Ruhelage. Die Schwingung des Systems wird durch eine periodische Kraft **F(t) =** $\mathbf{F_0}$***sin(ωt)**, die am Punkt **B** des Stabes angreift, erzeugt. Die Kreisscheibe rollt auf dem Untergrund ohne zu gleiten. Man bestimme:

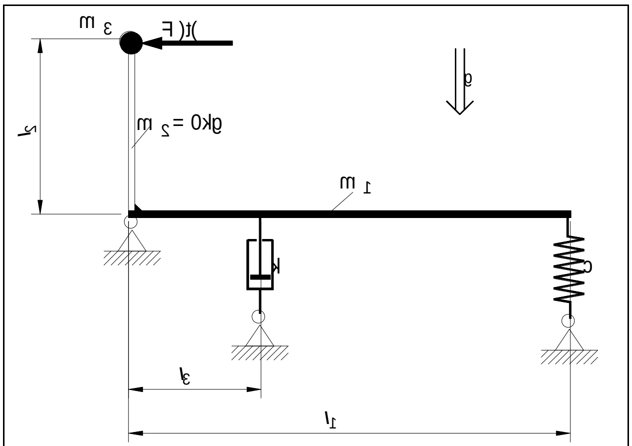
1. Bewegungsgleichung des Systems (Dgl);
2. Eigenfrequenz $\boldsymbol{\omega_d}$ des gedämpften Systems;
3. Amplitude $\mathbf{x_m}$ des Schwerpunktes der Kreisscheibe im eingeschwungenen Zustand.



Gegeben: $\mathbf{m_1}$ = 12 kg; $\mathbf{m_2}$ = 16 kg; **k** = 104 kg/s; **c** = 200 N/m; **R** = 0,2 m; **h** = 0,8 m; **b** = 0,5 m; **EI** = 51,2 Nm^2; $\mathbf{F_0}$ = 10 N; **ω** = 2 s^{-1}.

Aufgabe 5.10: Das nebenstehend gezeichnete System besteht aus einem horizontalen, massebehafteten Balken, an den ein senkrechter Balken mit vernachlässigbar kleiner Masse angeschweißt ist. Am Ende des vertikalen Balkens befindet sich die Punktmasse $\mathbf{m_3}$. Die Anordnung ist drehbar gelagert. Am horizontalen Balken sind eine Feder (Federsteifigkeit **c**) und ein Dämpfer (Dämpferkonstante **k**) befestigt. Das System wird im Schwerefeld der Erde durch die Kraft $\mathbf{F(t)=F_m \sin (\omega t)}$ harmonisch erregt.

1. Wie groß ist die Eigenkreisfrequenz ω_d des gedämpften Systems?
2. Wie groß ist der Dämpfungsgrad ϑ?
3. Wie groß ist die Schwingungsamplitude φ_m für die Anregungsfrequenz $\omega=4*\omega_0$ (ω_0: Eigenkreisfrequenz des ungedämpften Systems)?



Gegeben: $\mathbf{l_1}$=1m, $\mathbf{l_2}$=0.4m, $\mathbf{l_3}$=0.3m, $\mathbf{m_1}$=12kg, $\mathbf{m_3}$=6kg, **c**=200N/m, **k**=400kg/s, $\mathbf{F_m}$=1kN

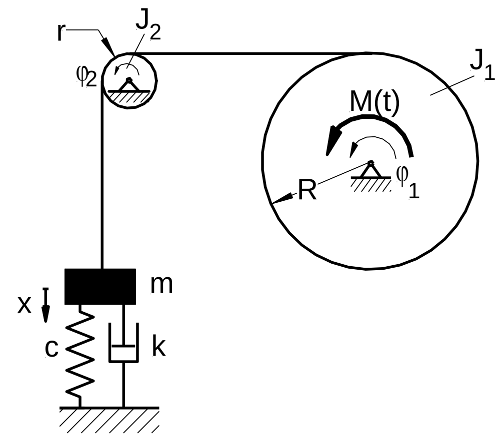
Aufgabe 5.11: Das nebenstehend gezeichnete System besteht aus einer Masse **m** und zwei massebehafteten Rollen (Massenträgheitsmoment $\mathbf{J_1}$, bzw. $\mathbf{J_2}$), die durch ein Seil verbunden sind. Zwischen der kleinen Rolle und dem Seil findet kein Rutschen statt. Auf die große Rolle wirkt das periodisch veränderliche Drehmoment **M(t):**

$$\mathbf{M(t)=M_m \sin (\omega t)}.$$

Wie groß ist

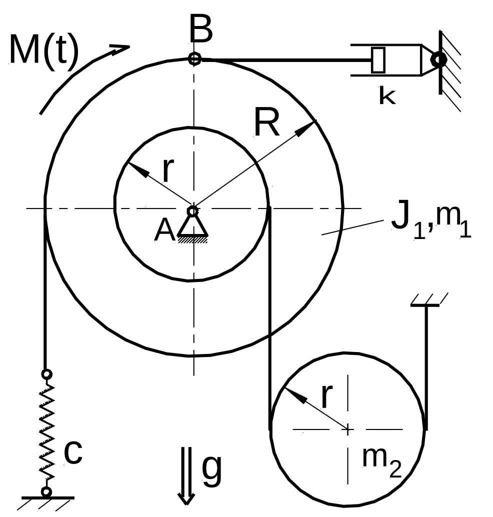
1. die Eigenkreisfrequenz ω_d des gedämpften Systems
2. der Dämpfungsgrad ϑ?
3. die Schwingungsamplitude $\mathbf{x_m}$ der Masse?

Gegeben: **m**=12.5kg; **c**=25 000N/m; **k**=100kg/s; $\mathbf{J_1}$=4kgm^2, **R**=0.4m, $\mathbf{J_2}$=1kgm^2, **r**=0.2m, $\mathbf{M_m}$=500Nm; ω= 24^1/s.



Aufgabe 5.12: Über die Walze **1** (Massenträgheitsmoment $\mathbf{J_1}$, Masse $\mathbf{m_1}$) sind zwei Seile geschlungen. An einem Seil ist wie skizziert eine Feder (Federkonstante **c**) befestigt. Das zweite Seil ist um die Scheibe **2** (Masse $\mathbf{m_2}$, Radius **r**) geschlungen. An der Walze ist ein geschwindigkeitsproportionaler Dämpfer (Dämpfungskonstante **k**) angeschlossen. Das System, das durch ein harmonisches Moment $\mathbf{M(t) = M_o * \sin(\omega t)}$ angeregt wird, schwingt mit kleiner Amplitude um die statische Ruhelage, die in der Abbildung dargestellt ist.

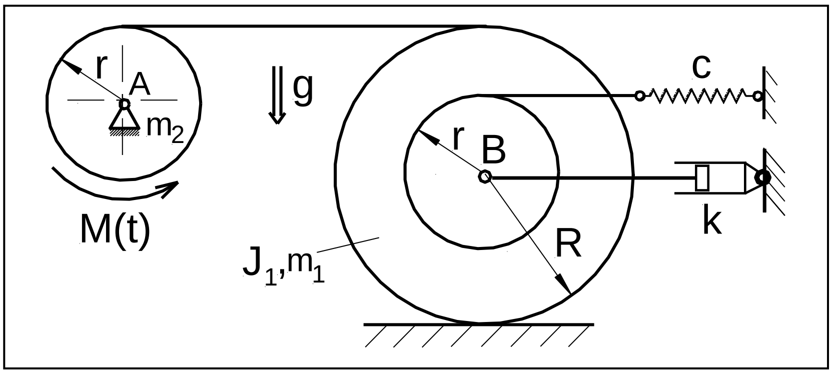
Gegeben: $\mathbf{m_1}$ = 50 kg; $\mathbf{m_2}$= 20 kg; **R** = 0,4 m; **r** = 0,2 m; $\mathbf{J_1}$ = 3,7 kgm^2; **c** = 640 N/m; **k** = 20 Ns/m; ω = 7 s^{-1}; $\mathbf{M_o}$ = 16 Nm.



Gesucht:

1. Bewegungsgleichung des Systems
2. Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung ω_d
3. Schwingungsamplitude x_B des Punktes **B**.

Aufgabe 5.13: Über die Walze **1** (Massenträgheitsmoment $\mathbf{J_1}$, Masse $\mathbf{m_1}$) sind zwei Seile geschlungen. An einem Seil ist wie skizziert eine Feder (Federkonstante **c**) befestigt. Das zweite Seil verbindet die Walze mit der Scheibe **2** (Masse $\mathbf{m_2}$, Radius **r**). An der Walze ist ein geschwindigkeits-proportionaler Dämpfer (Dämpfungs-konstante **k**) angeschlossen. Das System, das durch ein harmonisches Moment $\mathbf{M(t) = M_o \sin(\omega t)}$ angeregt wird, schwingt mit kleiner Amplitude um die statische Ruhelage, die in der Abbildung dargestellt ist.



Gegeben: $\mathbf{m_1}$ = 25 kg; $\mathbf{m_2}$= 20 kg; **R** = 0,4 m; **r** = 0,2 m; $\mathbf{J_1}$ = 4,0 kgm^2; **c** = 640 N/m; **k** = 72 Ns/m; **ω** = 3 s^{-1}; $\mathbf{M_o}$ = 3,6 Nm.

Gesucht:

1. Bewegungsgleichung des Systems
2. Eigenkreisfrequenz der gedämpften Schwingung $\boldsymbol{\omega_d}$
3. Schwingungsamplitude $x_\mathbf{B}$ des Punktes **B**.

Aufgabe	**Ergebnisse**
5.1	ω_0 =11,9s^{-1}; $y_{\mathbf{m1}}$=0,021m
5.2	ω_0 =5s^{-1}; $x_\mathbf{m}$=10,46mm
5.3	ω_d =9,84s^{-1}; ϑ=0,18; $y_\mathbf{m}$=0,0132m
5.4	$y_\mathbf{1}$=0,051m; $u_\mathbf{0}^{\mathbf{max}}$=0,158m
5.5	ω_0 =3,92s^{-1}; φ_m=0,115 rad
5.6	ω_d =4s^{-1}; ϑ=0,6; φ_m=0,008 rad
5.7	y_{st}=0,0436m; ω_d =2,95s^{-1}; ϑ=0,18; $y_{\mathbf{m1}}$=0,0278m
5.8	ω_d =9,8s^{-1}; ϑ=0,2; $x_\mathbf{m}$=7,6mm; φ_{m1}=0,038 rad
5.9	ω_d =2,49s^{-1}; ϑ=0,18; $x_\mathbf{m}$=0,119m
5.10	ω_d =4,73s^{-1}; ϑ=0,61; φ_m=3,142 rad
5.11	ω_d =19,98s^{-1}; ϑ=0,04; $x_\mathbf{m}$=0,111m
5.12	ω_d =5,044s^{-1}; ϑ=0,079; $x_\mathbf{m}$=0,066m
5.13	ω_d =3,98s^{-1}; $x_\mathbf{m}$=0,054m